Po co mi to?

Drogie matematyczki i drodzy matematycy uczący w szkołach ponadpodstawowych! Mamy dla Was prezent i propozycję.

Pomysł narodził się dzięki pytaniu zadawanemu przez naszych uczniów : „Po co mi to?”

Pewnie często spotkaliście się z takim pytaniem ze strony uczniów. Ogromnie jest ono denerwujące w kontekście przeładowanej podstawy programowej, nieuchronnie czekających nas egzaminów, przepadających lekcji i za małej liczby godzin lekcyjnych.

Z grupą nauczycieli matematyki, postanowiliśmy opracować zadania, które pomogą naszym uczniom zrozumieć – po co się czegoś uczą. Proponujemy krótkie zadania na początek lekcji (tak zwane zadania na dobry początek) uświadamiające uczniom, że to czego będą się uczyć, może im się przydać w życiu.

Opracowaliśmy 19 takich zadań, którymi się z Wami dzielimy. Zadania mają określony 8-punktowy schemat:

SCHEMAT

Opracowaliśmy kilka zadań, według ośmiopunktowego schematu:

Tytuł (opisujący zadanie na dobry początek)

1. **cele lekcji** (lekcji, do której planujemy zadanie na dobry początek)
2. **wyjaśnienie** (dlaczego to zadanie pokazuje zastosowanie matematyki i dlaczego jest zgodne z celem lekcji)
3. **polecenie do zadania** (w formie, jaką podamy je uczniom)
4. **kryteria sukcesu do zadania** (po czym poznamy, że zadanie zostało dobrze rozwiązane)
5. **wiedza i umiejętności „przed”** (co uczniowie muszą widzieć i umieć, aby mogli to zadanie rozwiązać)
6. **sposób podsumowania pracy uczniów** (w jaki sposób pozyskamy refleksję uczniów na temat tego zadania)
7. **zalecany sposób pracy nad zadaniem** (czy polecamy pracę indywidulaną, w parach czy w grupach)
8. **czas** (przewidywany czas na rozwiązanie przez uczniów zadania)

CO DALEJ?

Jeśli ktoś z Was też chciałby się podzielić z innymi zadaniem na dobry początek odpowiadającym na pytanie – Po co mi to?, które zamieścimy w tym dokumencie, to prosimy o przysyłanie zadania na adres: danuta.sterna@ceo.org.pl.

AUTORZY ZADAŃ I UCZESTNICY GRUPY

- Hanna Mąka (VIII Liceum Ogólnokształcące im. Króla Kazimierza Wielkiego w Białymstoku),
- Joanna Walczak (Zespół Szkół Ogólnokształcąco-Technicznych w Lublińcu),
- Joanna Sułek (Szkoła Podstawowa nr 3 im. Jana Pawła II w Mińsku Mazowieckim),
- Bożena Kirc (Niepubliczny Zespół Szkolno - Przedszkolny we Wróblowicach),
- Wojciech Andruszkiewicz (Zespół Szkół Elektronicznych i Telekomunikacyjnych w Olsztynie),
- Gabriela Ledachowicz (Technikum nr 19 im Marszałka Józefa Piłsudskiego w Poznaniu),
- Michał Szymczak (Zespół Mechanicznych, Elektrycznych i Elektrotechnicznych w Toruniu),
- Dorota Saj (Szkoła Podstawowa nr 10 w Siedlcach),
- Agnieszka Grabas(Zespół Szkól w Gorzowie Śląskim)
- Anna Kaleta *Zespół Szkół Ogólnokształcących im. Edwarda Szylki w Ożarowie*
- Jolanta Ćwintal – Zespół Szkół Ogólnokształcących im. Edwarda Szylki w Ożarowie
- Danuta Sterna (Centrum Edukacji Obywatelskiej).
- Barbara Uniwersał Centrum Edukacji Obywatelskiej

SPIS TREŚCI

Anna Kaleta - Zespół Szkół Ogólnokształcących im. Edwarda Szylki w Ożarowie

Przykłady zastosowania logarytmów w zadaniach praktycznych

1. **cele lekcji**
   wykorzystamy logarytmy do obliczeń w zadaniach praktycznych.
2. **wyjaśnienie**: zdanie jest powiązane z celem lekcji i pokazuje praktyczne zastosowanie logarytmów do obliczenia poziomu głośności dźwięku.
3. **polecenie do zadania**
   Informacja:
   WHO (World Health Organization) udostępniła raport, w którym pojawiła się zatrważająca informacja, że 1,1 mld młodych osób na całym świecie jest zagrożona trwałym uszkodzeniem słuchu.

   Poziom hałasu, który wywołuje ból wynosi 120 decybeli (dB). Jest to dźwięk, który wywołuje wuwuzela na stadionie lub syrena. Bez uszczerbku na zdrowiu można go słuchać zaledwie przez 9 sekund.

   Poziom głośności dźwięku wyrażony w decybelach (dB) obliczamy ze wzoru:

$$L = 10 \cdot log \frac{I}{I_0}$$

gdzie: *L*- poziom głośności w decybelach (dB)

I – natężenie dźwięku w $[\frac{W}{m^2}]$ (Wat/ metr kwadratowy)

$I_0 = 10^{-12} \frac{W}{m^2}$

Zadanie:

O ile decybeli różni się poziom głośności dźwięku na koncercie rokowym od granicy bólu, jeśli natężenie dźwięku podczas koncertu wynosi $10^{-1} \frac{W}{m^2}$?

Kryteria do zadania:

uczniowie poprawnie wyliczą poziom głośności dźwięku na koncercie rokowymi porównają go z poziomem hałasu wywołującym ból.

Rozwiązanie zadania:

$$L = 10 \cdot log \frac{I}{I_0} = 10 \cdot log \frac{10^{-1}}{10^{-12}} = 10 \cdot log 10^{11} = 10 \cdot 11 = 110 \text{ (dB)}$$

120 (dB) – 110 (dB) = 10 (dB)

Odp. Poziom dźwięku na koncercie rokowym różni się od poziomu dźwięku wywołującego ból o 10 dB.

4. **wiedza i umiejętności „przed”**
   Przed przystąpieniem do wykonania zadania uczniowie powinni potrafić obliczyć iloraz potęg o jednakowych podstawach oraz zastosować w obliczeniach wzór na logarytm potęgi.
5. **sposób podsumowania pracy uczniów**
   Po wykonaniu obliczeń można sprowokować dyskusję na temat wpływu hałasu na zdrowie młodzieży, szczególnie w kontekście korzystania ze słuchawek podczas słuchania muzyki.

   Nauczyciel może skomentować odpowiedź do zadania:
   Na głośnym koncercie rokowym panuje hałas ok. 115 dB. Dla bezpieczeństwa naszego słuchu powinniśmy go opuścić po upływie ok. 30 sekund.
   http://naukawpolsce.pap.pl/aktualnosci/news%2C404024%2Craport-zbyt-glosna-muzyka-szkodliwa-dla-sluchu.html
   https://www.antyradio.pl/Muzyka/Rock-News/Od-rocka-sie-gluchnie!-2164
6. **zalecany sposób pracy nad zadaniem** – praca w parach , następnie przedstawienie odpowiedzi przez chętnego ucznia na forum klasy.
7. **czas** przeznaczony na ustalenie odpowiedzi w parach: 3-4 min, a na podsumowanie 2 min.

Bożena Kirc - Niepubliczny Zespół Szkolno - Przedszkolny we Wróblowicach
Hanna Mąka – VIII Liceum Ogólnokształcące w Białymstoku

Funkcja liniowa

1. **cele lekcji**
   Nauczę się opisywać zależności z życia codziennego wykorzystując wzór funkcji liniowej
2. **wyjaśnienie**
   Uczniowie przećwiczą w praktyce odczytywanie danych z tabeli, do ustalenia, co w danym zadaniu jest argumentem, a co wartością funkcji. Zapiszą zależność w postaci wzoru funkcji liniowej. Będą potrafili wyjaśnić w tym przypadku rolę współczynników a, b we wzorze funkcji y = ax+b.

3. **polecenie do zadania**

Poniższa tabela przedstawia cennik przejazdu taksówką. Cena za 1 km dotyczy rozpoczętego km przejazdu.

TARYFA	SZCZEGÓŁY	OPŁATA POCZĄTKOWA	CENA ZA 1 KM
I	Dzień powszedni, 6:00-22:00, I strefa	7 zł	1,50 zł
II	Dzień powszedni, 22:00-6:00, Soboty, niedziele i święta I strefa	7 zł	1,80 zł
III	Dzień powszedni, 6:00-22:00, II strefa	7 zł	2,40 zł
IV	Dzień powszedni, 22:00-6:00, Soboty, niedziele i święta II strefa	7 zł	3,60 zł
V	Godziny sczytu: 7.00-10.00 16.00-19.00 w dni robocze	7 zł	1,90 zł

Korzystając z cennika jednej z korporacji taksówkowej wykonaj następujące polecenia:

a) Oblicz ile zapłacisz za taksówkę za przejazd 3 km , ile za 8 km podróżując w dzień powszedni w I strefie?

b) Ustal zależność między opłatą za przejazd a liczba przejechanych kilometrów w sytuacji opisanej w pkt a)

c) Oblicz ile zapłacisz za taksówkę za przejazd 3 km, ile za 8 km podróżując w dzień roboczy w godz. szczytu?

d) Ustal zależność między opłatą za przejazd a liczba przejechanych km w sytuacji opisanej w pkt c)

4. **wiedza i umiejętności „przed”**

Uczniowie znają pojęcie funkcji liniowej, potrafią ją opisywać na różne sposoby, znają również interpretację współczynników kierunkowych we wzorze funkcji liniowej

5. **sposób podsumowania pracy uczniów**

Ważne, aby zapisać obie zależności w postaci wzoru na tablicy i zwrócić uwagę uczniów, o czym informuje nas wyraz wolny (współczynnik b), a o czym współczynnik kierunkowy w konkretnych sytuacjach. To ułatwi uczniom zapisywanie zależności w innych sytuacjach z życia codziennego.

6. **zalecany sposób pracy nad zadaniem**

Praca w parach, wybrani uczniowie prezentują wyniki

7. **czas** 7-8 min.

Dorota Saj - Szkoła Podstawowa nr 10 w Siedlcach

Funkcja wykładnicza

Cel lekcji: Poznasz funkcję wykładniczą i jej własności, nauczysz się szkicować jej wykres.

Wyjaśnienie: Uczeń miał już okazję poznać przykłady funkcji liniowych, kwadratowych oraz wymiernych. Poznał również sposoby rozwiązywania równań i nierówności, w których pojawiały się te funkcje. Dzięki temu zadaniu ma możliwość poznania nowego typu funkcji, w której wzorze niewiadoma występuje w wykładniku. Uczeń poprzez doświadczanie i odwoływanie się do wcześniej nabytej wiedzy sam dochodzi do wzoru i poznaje własności funkcji wykładniczej. Zadanie pokazuje jednocześnie jej praktyczne zastosowanie.

Zadanie:

Wiemy, że zasoby paliw kopalnych stopniowo się wyczerpują. Spalanie węgla, gazu i ropy naftowej zwiększyło ilość dwutlenku węgla w atmosferze i jest główną przyczyną efektu cieplarnianego, który zmienia klimat Ziemi. Z tego też powodu naukowcy poszukują alternatywy dla tradycyjnych paliw. Jednym z pomysłów na produkcję biopaliw jest wykorzystanie glonów, a w szczególności ich zdolności szybkiego rozmnażania się.

Pewien gatunek glonów zwiększa swoją masę czterokrotnie w ciągu doby. Załóżmy, że w chwili początkowej kolonia tego glonu ma masę 1 kg.

a) Zapisz tempo rozmnażania się tego gatunku glonów za pomocą wzoru, przyjmując za *y* masę kolonii w kg, a *x* – czas jej rozmnażania wyrażony w dobach.
b) Ile będzie ważyła kolonia glonów po 1, 2, 3 dobach?
c) Ile potrzeba czasu, aby kolonia glonów ważyła 1 tonę?
d) Ile potrzeba czasu, aby wytworzona kolonia glonów ważyła tyle, ile cała nasza planeta? ($5{,}972 \cdot 10^{24}$ kg)

Kryteria do zadania

1. Uczeń zapisuje w postaci wzoru zależność między masą kolonii glonu a czasem jej rozmnażania.
2. Uczeń oblicza wartość funkcji dla danego argumentu.
3. Uczeń wyznacza argument przy danych wartościach funkcji.

Wiedza i umiejętności „przed”:

Pojęcie funkcji, zapisywanie zależności między wielkościami za pomocą wzoru, obliczanie wartości funkcji dla danego argumentu, obliczanie argumentu przy danej wartości funkcji, własności potęg.

Refleksja:

Do wyboru jedno z zadań. Zadanie 2 może być użyte jako temat pracy domowej, zadanie w strategii kształcenia wyprzedzającego lub lekcji odwróconej.

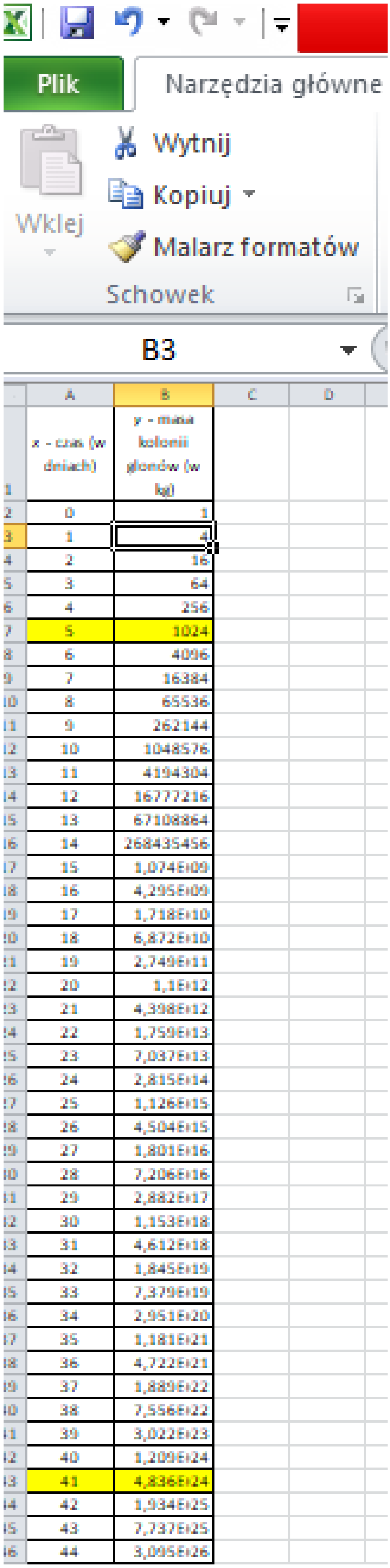
1. Rozwiąż zadanie: Uzbierałeś w garażu 480 kg zbytecznych rzeczy. Postanowiłeś zrobić porządek i założyłeś, że co tydzień pozbędziesz się połowy zgromadzonych „skarbów”. W ten sposób chcesz zejść do 30 kg. Ile czasu Ci to zajmie?
2. Czy znasz inne sytuacje z życia, w których ma zastosowanie funkcja wykładnicza? Poszukaj w Internecie informacji na ten temat.

Zalecany sposób pracy uczniów:

Praca w parach.

Przy rozwiązywaniu podpunktów c i d pomocny może być arkusz kalkulacyjny. W przypadku braku dostępu do komputerów nauczyciel po rozwiązaniu przez uczniów zadania może sam pokazać rozwiązanie za pomocą arkusza kalkulacyjnego. Takie podejście da uczniom wyobrażenie o tym, że opisane wielkości zmieniają się wstałym tempie oraz o tym, że wzrost w tempie wykładniczym jest (od pewnego momentu) dużo szybszy niż w liniowym.

Czas – 15 minut



x - czas (w dniach)	y - masa kolonii glonów (w kg)
0	1
1	4
2	16
3	64
4	256
5	1024
6	4096
7	16384
8	65536
9	262144
10	1048576
11	4194304
12	16777216
13	67108864
14	268435456
15	1,074E+09
16	4,295E+09
17	1,718E+10
18	6,872E+10
19	2,749E+11
20	1,1E+12
21	4,398E+12
22	1,759E+13
23	7,037E+13
24	2,815E+14
25	1,126E+15
26	4,504E+15
27	1,801E+16
28	7,206E+16
29	2,882E+17
30	1,153E+18
31	4,612E+18
32	1,845E+19
33	7,379E+19
34	2,951E+20
35	1,181E+21
36	4,722E+21
37	1,889E+22
38	7,556E+22
39	3,022E+23
40	1,209E+24
41	4,836E+24
42	1,934E+25
43	7,737E+25
44	3,095E+26

Hanna Mąka
VIII Liceum Ogólnokształcące im Króla Kazimierza Wielkiego w Białymstoku

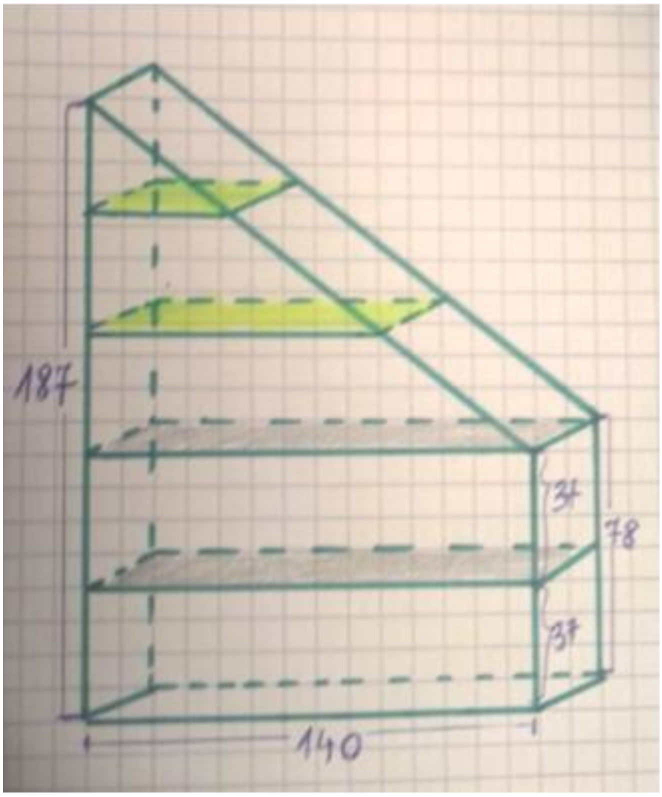
Rodzaje błędów: błąd bezwzględny, błąd względny

1. **cele lekcji:** nauczycie się rozpoznawać i obliczać różne rodzaje błędów, które można popełnić w sytuacjach praktycznych np. robiąc zakupy.
2. **wyjaśnienie**: zadanie koresponduje z celami lekcji - jest dobrym wstępem do pokazania uczniom, że są dwa rodzaje błędów i okazją do wyjaśnienia na czym polega różnica między nimi.
3. **polecenie do zadania**
   Magda i Ania robiły zakupy w supermarkecie. Podchodząc do kasy obie oszacowały koszt swoich zakupów. Ania oszacowała koszty na 45 zł, a zapłaciła 50 zł, Magda oszacowała, że zapłaci 105 zł, zapłaciła 100 zł.
   Która z dziewcząt „bardziej się pomyliła" – uzasadnij odpowiedz
4. **wiedza i umiejętności „przed"**
   Uczniowie znają zasady przybliżeń oraz rozumieją co to znaczy przybliżenie z nadmiarem i z niedomiarem
5. **sposób podsumowania pracy uczniów**
6. Przed zebraniem uzasadnienia można zrobić głosowanie wśród uczniów, a następnie zapytać np. wylosowane osoby o uzasadnienie
   Wykorzystując dyskusję kierowaną (lub pytania stymulujące uczniów) oczekujemy od uczniów przede wszystkim uzasadnienia swojej odpowiedzi.
   Podsumowaniem dyskusji będzie podkreślenie prawidłowej odpowiedzi jej i uzasadnienia
7. **zalecany sposób pracy nad zadaniem** – praca w parach, następnie wybrane osoby prezentują odpowiedzi z uzasadnieniem
8. **czas** przeznaczony na zadanie – ok. 5-7min

Hanna Mąka, VIII Liceum Ogólnokształcące im Króla Kazimierza Wielkiego w Białymstoku

Trójkąty podobne

1. **cele lekcji**
   Wykorzystamy własności trójkątów podobnych w sytuacjach praktycznych
2. **wyjaśnienie**: zadanie koresponduje z celem lekcji i pokazuje uczniom sens praktyczny tematu, ponieważ dzięki niemu uczniowie przekonują się, że w sytuacji rzeczywistej wykorzystanie własności trójkątów podobnych i zapisywanie właściwych zależności jest bardzo przydatne
3. **polecenie do zadania**
   Kamil postanowił zamówić cztery półki z płyty do regału na książki w „Leroy Merlin”, które chce samodzielnie zamontować w regale stojącym we wnęce ze skosami(patrz rysunek). Ma problem z policzeniem długości dwóch krótszych półek, które są rozmieszczone w równej odległości w przestrzeni pod „skosem”. Jakie mają być wymiary tych półek?



Kryteria do zadania:

1) przy wyznaczaniu długości półek uwzględnij grubość płyty - 2 cm
2) wynik podaj z dokładnością do 1 mm

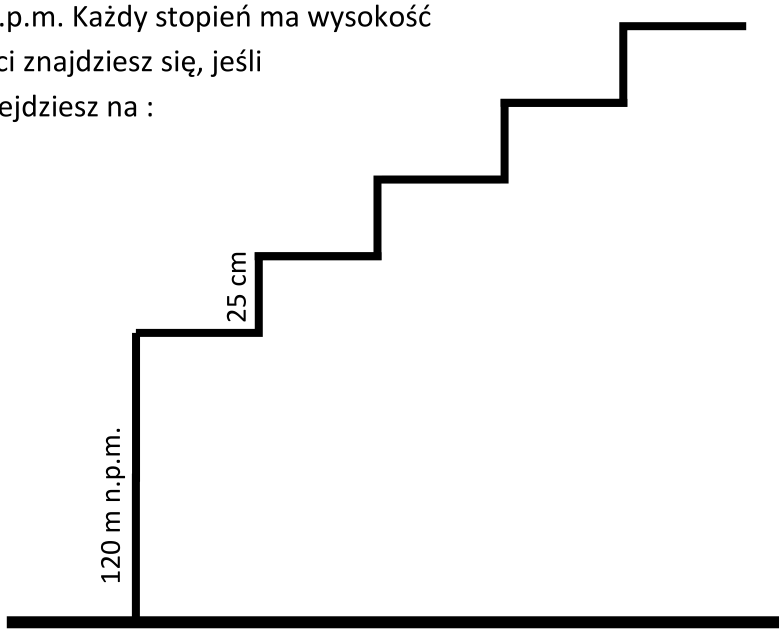
4. **wiedza i umiejętności „przed”**
   Przed przystąpieniem do wykonania zadania uczniowie powinni potrafić rozpoznawać trójkąty podobne, znać cechy podobieństwa trójkątów oraz zapisywać proporcje i wyznaczać na ich podstawie szukaną wielkość.
5. **sposób podsumowania pracy uczniów**
   Wykorzystując dyskusję kierowaną (lub pytania stymulujące uczniów) oczekujemy od uczniów informacji w jaki sposób dokonali obliczeń. Ważne aby zebrać od uczniów różne sposoby, a jeśli nie pojawia się, to nakierować uczniów na ich poszukiwanie. Można zapytać uczniów, który sposób jest najbardziej praktyczny.
6. **zalecany sposób pracy nad zadaniem** – praca w małych grupach (2-3 osobowych), następnie praca z całą klasą nad zebraniem możliwych sposobów policzenia długości półek
7. **czas** przeznaczony na zadanie – 10 -15 min

Hanna Mąka – VIII Liceum Ogólnokształcące im Króla Kazimierza Wielkiego w Białymstoku
Gabriela Ledachowicz - Technikum nr 19 im Marszałka Józefa Piłsudskiego w Poznaniu

Jak schodami dojść do ciągu arytmetycznego?

1. Poznamy zasady tworzenia kolejnych wyrazów ciągu arytmetycznego (ciągu zmieniającego się o stałą liczbę) i zastosujemy je w zadaniach.
   PP 5.3: Uczeń stosuje wzór na n-ty wyraz ciągu arytmetycznego
2. Zadanie koresponduje z celami lekcji, bo uczniowie poznają zasady powstawania kolejnych wyrazów ciągu i dojdą do refleksji, że warto znać wzór na n-ty wyraz, aby móc bez kłopotu obliczyć każdy wyraz ciągu.

3. Na rysunku są przedstawione schody. Pierwszy schodek znajduje się na wysokości 120 m n.p.m. Każdy stopień ma wysokość 25 cm. Na jakiej wysokości znajdziesz się, jeśli ze schodka pierwszego wejdziesz na :
   a) 10-ty stopień
   b) 12-sty stopień
   c) 120-y stopień?



Kryteria do zadania: uczniowie poprawnie wyliczą wysokość na kolejnych stopniach.

4. **wiedza i umiejętności „przed” –** umiejętności dodawania i mnożenia liczb całkowitych i ułamków dziesiętnych oraz znajomość pojęcia wyraz ciągu
5. **Pytanie skierowane do uczniów –** ustalenie odpowiedzi w parach: jak sadzicie, co byłoby wam potrzebne do policzenia wysokości na jakiej znajdujecie się np. na dowolnym stopniu wieży Eiffla
6. **Praca w parach**
7. Ok. 5-6 min
8. Zadanie można uogólnić wprowadzając wysokość stopnia jako r, wysokość na której znajduje się pierwszy stopień jako a_1, a wysokość na której znajdujemy się na n-tym stopniu to a_n –wówczas można wyprowadzić wzór na ogólny wyraz ciągu arytmetycznego.

   Tu można zaproponować ciąg dalszy zadania zmierzający do ustalenia wzoru na ogólny wyraz ciągu: Przyjmij, że pierwszy stopień znajduje się na wysokości a_1, wysokość każdego stopnia wynosi r.

   Zapisz na jakiej wysokości znajdziesz się na
   a) 24 schodku
   b) 999 schodku
   c) dowolnym schodku o numerze n (oznacz tą wysokość przez a_n)

Jolanta Ćwintal – Zespół Szkół Ogólnokształcących im. Edwarda Szylki w Ożarowie

Suma ciągu arytmetycznego

1. **cele lekcji:** wykorzystamy obliczanie sumy wyrazów ciągu arytmetycznego w sytuacji praktycznej
2. **wyjaśnienie**: zadanie jest powiązane z celem lekcji i pokazuje jak w praktyce można zastosować własności ciągu arytmetycznego i sumy jego wyrazów
3. **polecenie do zadania:** Bartek wybiera się na mecz rozgrywany na stadionie na drugim końcu miasta, w odległości 13 km od jego domu. Postanowił już, że dojedzie na miejsce taksówką. Rozważa teraz oferty dwóch konkurencyjnych firm taksówkarskich:
   - taksówka firmy A nalicza taryfę za kurs wprost proporcjonalnie do długości trasy; wiadomo, że za przejazd 7 km pobierana jest opłata 18,20 zł,
   - taksówki firmy B mają zupełnie inną metodę naliczania opłat: pierwszy przejechany kilometr kosztuje 3,50 zł, ale każdy następny jest o 15 gr tańszy.

   Która oferta jest korzystniejsza dla Bartka?
4. **wiedza i umiejętności „przed”**
   Przed przystąpieniem do wykonania zadania uczniowie powinni potrafić zastosować proporcjonalność prostą oraz obliczać sumę wyrazów ciągu arytmetycznego
5. **sposób podsumowania pracy uczniów:** oczekujemy od uczniów informacji uzasadniającej odpowiednią decyzję wykorzystując dyskusję kierowaną
6. **zalecany sposób pracy nad zadaniem** – praca w małych grupach (2-3 osobowych), następnie podsumowanie z całą klasą trafnego wyboru.
7. **czas** przeznaczony na ustalenie odpowiedzi w grupach: 5 min., a posumowanie z uzasadnieniem 2 min.

ROZWIĄZANIE ZADANIA

Taksówka A

7 km – 18,20 zł

13 km – x

x=$\frac{13*18,20}{7}$

x=33,80 zł

Taksówka B

tworzymy ciąg: 3,5; 3,35; 3,2, …

obliczamy sumę ciągu arytmetycznego:

S=$\frac{2*3.5+12*(-0,15)}{2}*13$=33, 80 zł

Wybranie korzystniejszej oferty: Obydwie oferty są takie same.

Dorota Saj- Szkoła Podstawowa nr 10 w Siedlcach

Równania wymierne

1. **Cele lekcji:** Wykorzystamy równania wymierne do rozwiązywania zadań tekstowych.
2. **Wyjaśnienie**
   Uczniowie dzięki temu zadaniu mogą przekonać się, że umiejętność stosowania własności wielkości proporcjonalnych do zapisywania równań wymiernych, oraz rozwiązywania tych równań przydaje się w życiu.
3. **Polecenie do zadania**

Adam ustawił w dwóch sąsiednich rogach swojego pokoju głośniki oddalone od siebie o 3 metry. Stosunek natężeń dźwięku tych głośników wynosi 4:5. Natężenie dźwięku maleje proporcjonalnie do kwadratu odległości od źródła dźwięku. W którym miejscu przy ścianie między głośnikami powinien stanąć Adam, aby usłyszany dźwięk z obu głośników miał jednakowe natężenie?

4. **Wiedza i umiejętności „przed"**
   Uczeń powinien umieć rozwiązywać równania wymierne i podawać odpowiednie założenia, oraz zapisywać zależności pomiędzy wielkościami proporcjonalnymi.
5. **Sposób podsumowania pracy uczniów.**
   Prezentacje i wyjaśnienia uczniów dotyczące sposobu rozwiązania problemu. Krótka rozmowa na temat przydatności równań wymiernych w rozwiązywaniu problemów praktycznych.
6. **Zalecany sposób pracy nad zadaniem**
   Najpierw praca w małych grupach (2-3 osobowych). Zadanie może wydać się uczniom trudne, dlatego, aby uczniowie nie zniechęcili się warto po 3 minutach ich pracy zebrać pomysły rozwiązania zadania nawet, gdyby okazały się błędne. W tym miejscu warto zadać uczniom pytania pomocnicze, które pomogą im znaleźć właściwą drogę.
   Sugerowane pytania: *Jakie wielkości występują w zadaniu? Co to znaczy, że dana wielkość zmienia się (maleje/rośnie)proporcjonalnie do kwadratu drugiej?* Następnie należy pozwolić im na dalsze poszukiwania rozwiązania.
7. **Czas** 15 min

Propozycja rozwiązania

$y - natężenie\ dzwięku\ jednego\ głośnika$

$x - odległość\ Adama\ od\ tego\ głośnika \qquad x \in (0,3)$

$$\frac{y}{x^2} = \frac{\frac{4}{5}y}{(3-x)^2} \qquad 9 - 6x + x^2 = \frac{4}{5}x^2 \qquad \frac{1}{5}x^2 - 6x + 9 = 0$$

$$\Delta = 36 - 4 \cdot 0{,}2 \cdot 9 = 28{,}8 \qquad \sqrt{\Delta} \approx 5{,}3 \qquad x_1 = \frac{6 + 5{,}3}{0{,}4} = 28{,}25$$

$$x_2 = \frac{6 - 5{,}3}{0{,}4} = 1{,}75$$

Odp. 1,75m, 1,25m

Agnieszka Grabas Zespół Szkół w Gorzowie Śląskim

Twierdzenie Pitagorasa

1. **cele lekcji**: Dowiemy się, jak wykorzystać twierdzenie Pitagorasa do obliczeń praktycznych.
2. **wyjaśnienie**: Zadanie powiązane jest z celami lekcji i pokazuje uczniom sens praktyczny tematu. Dzięki niemu uczniowie przekonują się, że w sytuacji praktycznej znajomość twierdzenia Pitagorasa umożliwia podjęcie odpowiedniej decyzji.
3. **polecenie do zadania**
   Czy obraz o wymiarach 2m X 2,5m można przenieść przez drzwi o wymiarach 1,9 m x 80 cm. Uzasadnij swoją odpowiedź
4. **Kryteria do zadania**:
   Przeanalizujesz możliwe sposoby wnoszenia obrazu.
   Uzasadnisz odpowiedź na pytanie zadane w zadaniu.
5. **wiedza i umiejętności „przed”** Przed przystąpieniem do wykonania zadania uczniowie powinni potrafić zamienić jednostki długości, obliczyć potęgi liczb oraz znać twierdzenie Pitagorasa.
6. **sposób podsumowania pracy uczniów**
   Po ustaleniu i uzasadnieniu odpowiedzi na pytanie w zadaniu uczniowie poszukują w parach przykładów zastosowania tw. Pitagorasa w życiu codziennym. Wybrane osoby prezentują swoje pomysły.
7. **zalecany sposób pracy nad zadaniem** – praca w małych grupach (2-3 osobowych) , następnie praca z całą klasą (przy wykorzystaniu dyskusji kierowanej lub pytań stymulujące uczniów) nad uzasadnieniem w sposób matematyczny odpowiedzi na pytanie zadane w zadaniu.
   Nauczyciel może stworzyć odpowiednie pomoce dydaktyczne w celu zobrazowania zadania
8. **czas** przeznaczony na zadanie: 5-6 min, a na podsumowanie 2-3 min

Danuta Sterna – Centrum Edukacji Obywateskiej

Wyrażenia algebraiczne

Cel lekcji: Działania na wyrażeniach algebraicznych, stosowanie wzorów skróconego mnożenia.

Wyjaśnienie: Dzięki rozwiązaniu zagadki, uczniowie przekonują się, że można zapisać pewne dane w postaci reguły i rozszyfrować je przy pomocy rachunku na wyrażeniu algebraicznym.

Polecenie do zadania
Zapisz wymyśloną przez siebie kostkę domina, wyznacz liczbę oczek po prawej i lewej stronie.

Wykonaj obliczenia:

- do tego, co jest po lewej stronie dodaj 5,
- otrzymaną sumę podnieś do kwadratu,
- dodaj to, co masz po prawej stronie,
- od otrzymanego wyniku odejmij 25,
- na koniec odejmij liczbę po lewej stronie podniesioną do kwadratu.

Zapisz wynik

Otrzymałeś liczbę dwucyfrową o liczbie dziesiątek równej liczbie oczek po lewej stronie i liczbie jedności równej liczbie oczek po prawej stronie kostki domina.

Jeśli wynik się nie zgadza, to powtórz obliczenia, a potem zastanów się dlaczego każdemu uczniowi wyszła w wyniku jego zaplanowana kostka domina?

Wiedza i umiejętności „przed” – uczniowie powinni umieć wykonać redukcję wyrazów podobnych w wyrażeniu algebraicznym, znać wzór skróconego mnożenia: $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$.

Sposób podsumowania pracy uczniów – jeśli uczniowie zapiszą rozwiązanie w postaci wyrażenia algebraicznego i wykonają redukacje wyrazów podobnych, to nauczyciel może zapytać uczniów, jakie inne wyrażenie algebraiczne mogłoby być użyte w tym zadaniu. Może to być też zdanie domowe dla uczniów chętnych.

Zalecany sposób pracy nad zadaniem – uczniowie mogą wykonać zadanie indywidulanie, albo w parach (wtedy wykonują dla siebie wzajemnie obliczenia).

Czas – 8- 10 min

Sposób wykorzystania zadania na dobry początek do nauczania danego tematu:

Uczniowie na ogół są zdziwieni, że reguła sprawdza się w każdym przypadku i chętnie sami wymyślają nowe reguły (wyrażenia algebraiczne), aby zaskoczyć znajomych zagadką.

Hanna Mąka - VIII Liceum Ogólnokształcące im. Króla Kazimierza Wielkiego w Białymstoku

Odchylenie standardowe

1. **cele lekcji**

Dowiemy się, jakie znaczenie ma dana statystyczna zwana odchyleniem standardowym, po to, aby wykorzystać ją w sytuacjach praktycznych

2. **wyjaśnienie**: zadanie koresponduje z celami lekcji i pokazuje uczniom sens praktyczny tematu, ponieważ dzięki niemu uczniowie przekonują się, że w sytuacji praktycznej znane im do tej pory dane statystyczne uniemożliwiają podjęcie obiektywnej decyzji. Uczniowie intuicyjnie wykorzystują pojęcie odchylenie. Jest to wstęp do wprowadzenia pojęcia odchylenia standardowego
3. **polecenie do zadania**
   Trener skoczków narciarskich przygotowuje zawodników do konkursu. Wybrał do drużyny już trzech skoczków. Z pośród skoczków z nr 4 i 5 trener ma wybrać tylko jednego zawodnika. W czasie ostatniego treningu każdy z nich oddał po 6 skoków. Trener wybrał skoczka z numerem 5. Dlaczego to zrobił?

Skoczek z nr 4 [m]	104,5	106	96,5	112	104	101
Skoczek z nr 5[m]	104,5	105	103	106,5	101	104

   Kryteria do zadania:
   1) Poprawnie wyznaczysz średnią arytmetyczną, medianę i dominantę wyników skoków każdego z zawodników
   2) Uzasadnisz decyzję wyboru trenera jednego z skoczków z numerem 4 lub 5
4. **wiedza i umiejętności „przed”**
   Przed przystąpieniem do wykonania zadania uczniowie powinni potrafić wyznaczyć średnią arytmetyczna, mediana i dominantę zestawu danych
5. **sposób podsumowania pracy uczniów**
   Wykorzystując dyskusję kierowaną (lub pytania stymulujące uczniów) oczekujemy od uczniów informacji, że dla uzasadnienia swojej decyzji trener powinien policzyć jeszcze jedną daną dla obu zawodników, która będzie informowała o „stabilności formy” zawodnika
6. **zalecany sposób pracy nad zadaniem** – praca w małych grupach (2-3 osobowych), następnie praca z całą klasą nad uzasadnieniem w sposób matematyczny odpowiedzi na pytanie zadane w zadaniu (wprowadzenie pojęcia odchylenia standardowego)
7. **czas** przeznaczony na ustalenie odpowiedzi w parach/grupach: 4-5 min (1 kryterium), uzasadnienie intuicyjnie następnie wnioskowanie na forum całej klasy- 2-3 min.

Opcjonalnie - Jak nauczyciel może wykorzystać zadanie na dobry początek do nauczania danego tematu.
Nauczyciel może narysować wykresy punktowe, w których pokaże jaki jest rozrzut danych i jak się to ma do średniego wyniku dla każdego z zawodników. Następnie zaprezentuje najpierw na przykładzie sposób obliczenia odchylenia standardowego, dopiero w następnej kolejności uczniowie poznają wzór na wariancję i odchylenie standardowe

---

Danuta Sterna, Centrum Edukacji Obywatelskiej
Hanna Mąka – VIII Liceum Ogólnokształcące im Króla Kazimierza Wielkiego w Białymstoku
Gabriela Ledachowicz - Technikum nr 19 im Marszałka Józefa Piłsudskiego w Poznaniu

Zadanie ze stereometrii

1. **Cel lekcji**: zastosowanie pola powierzchni i objętości graniastosłupów prostych
2. **Wyjaśnienie**: To zadanie nie jest zadaniem na dobry początek, proponujemy je już po poznaniu uczniów wzorów na objętość prostopadłościanów i na pole ich powierzchni. Dzięki zadaniu uczniowie przekonują się, ze wzory pomagają w rozwiązaniu pewnego dylematu o podłożu ekologicznym.
3. **Polecenie do zadania**:
   W firmie produkującej kremy do ciała i starającej się o tytuł firmy ekologicznej pewien młody pracownik zaproponował 3 różne pojemniki na kremy:
   A. Prostopadłościan o podstawie kwadratu o boku 4 cm i wysokości 13, 5 cm
   B. Graniastosłup o podstawie trapezu równoramiennego o wymiarach: 12 cm x5cm x 6cm x 5cm i wysokości graniastosłupa równej 6cm
   C. Graniastosłup o podstawie trójkąta prostokątnego równoramiennego o ramionach długości 6cm i wysokości 12cm

   Założenia pracownika:
   Zapewnił, że w pojemnikach mieści się ta sama ilość kremu. Zapytał kierownictwo filmy, który pojemnik wybrać do produkcji, aby zużyć, jak najmniej plastiku do produkcji (pokrywki produkuje inny producent)
   Pomóż kierownictwu firmy:
   - Sprawdzić, czy pracownik zaproponował pojemniki o tej samej objętości
   - Zaryzykuj bez obliczeń, który pojemnik powinno się wybrać, aby zadowolić ekologiczny wymóg.
   - Oblicz pole powierzchni trzech pojemników i sprawdź, czy twoja propozycja była słuszna.
4. **Wiedza i umiejętności „przed”:** Uczniowie potrafią obliczyć objętości i pole powierzchni graniastosłupów prostych.

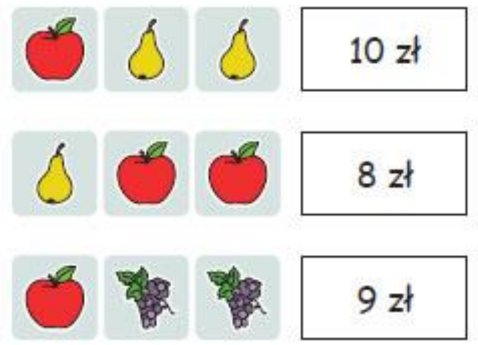
5. **Sposób podsumowania zadania:**
   Uczniowie sprawdzają, czy ich propozycja była właściwa.
6. **Zalecany sposób pracy:**
   - Uczniowie „obstawiają” indywidulanie, który pojemnik będzie najbardziej ekologiczny, zapisują swoje propozycje na karteczkach
   - W parach uczniowie obliczają objętości 3 brył i sprawdzają wyniki.
   - Pary losują losy A, B, C o odpowiednio liczą pole powierzchni odpowiedniej bryły. A następnie sprawdzają pomiędzy sobą wyniki.
   - Ogłoszenie wyników i weryfikacja uczniowskich prognoz
7. **Czas:** 15 minut.

V=216
Prostopadłościan - Pc =232
Graniastosłup o podstawie trapezu Pc=204
Graniastosłup o podstawie trójkąta Pc= 263(w przybliżeniu)

Joanna Sułek, SP3 w Mińsku Mazowieckim

Wstęp do układów równań

1. **Cel lekcji (nauczyciela):** wprowadzenie do układów równań (co to jest, co jest rozwiązaniem, do czego służy).
   Cel lekcji (w języku ucznia): poznam sposób na rozwiązywanie zadań z wieloma niewiadomymi.
2. **Wyjaśnienie:** pokazanie układu równań w aspekcie praktycznym, matematyzacja zagadki obrazkowej, zapis układu równań i jego rozwiązania.
3. **Polecenie:** Podaj ceny owoców.



4. **Wiedza i umiejętności „przed”:**
   Uczniowie potrafią rozwiązywać równania z jedną niewiadomą.

5. **Sposób podsumowania pracy uczniów:**
   Sprawdzenie poprawności wyników i przedyskutowanie sposobów rozwiązania.

   Podsumowanie zadania:
   Po omówieniu zadania z owocami pokazujemy wersję trudniejszą (poniżej) i pytamy o rozwiązanie, potem pytamy co by było, gdyby niewiadomych było 20.
   Gdy uczniowie dojdą do wniosku, że byłoby trudno, przechodzimy na zapis w postaci układu równań, np.:

$$\begin{cases} \text{jabłko} + \text{jabłko} + \text{gruszka} = 10 \\ \text{gruszka} + \text{jabłko} + \text{jabłko} = 8 \\ \text{jabłko} + \text{winogrono} + \text{winogrono} = 9 \end{cases}$$

   Następnie:

$$\begin{cases} j + 2g = 10 \\ g + 2j = 8 \\ j + 2w = 9 \end{cases}$$

   Wyjaśniamy, że jest to układ trzech równań z trzema niewiadomymi. Zapisujemy też ceny odgadnięte przez uczniów:

$$\begin{cases} g = 4 \\ j = 2 \\ w = 3{,}50 \end{cases}$$

   i wyjaśniamy dlaczego ta trójka liczb jest rozwiązaniem powyższego układu.
   Mówimy uczniom, jakie metody rozwiązywania układów równań będą poznawali na kolejnych lekcjach.

6. **Zalecany sposób pracy nad zadaniem:**
   Podać jako zagadkę do rozwiązania dowolnym sposobem.

7. **Czas przeznaczony na zadanie:** 5 minut

8. **Sposób wykorzystania zadania na dobry początek:** Zadanie pozwala na przejście od praktyki do teorii (odwrotnie niż na większości lekcji).

Bożena Kirc, Niepubliczny Zespół Szkolno-Przedszkolny we Wróblowicach

Czworokąt w okręgu

1. **cele lekcji** – poznam własności czworokątów wpisanych w okrąg
2. **wyjaśnienie** – Zadanie na dobry początek pokazuje, jak w praktyce zaprojektować miejsce umiejscowienia i zasięg zraszacza na skwerze w kształcie trójkąta. Zadanie pokazuje, że z takim problemem można spotkać się też przy innych kształtach skweru np. czworokątach. Uświadamia to uczniom, ze warto poznać rozwiązanie problemu przy innych kształtach.
3. **polecenie do zadania** – Jaki minimalny zasięg powinien mieć zraszacz obrotowy, aby podlać cały skwer w kształcie trójkąta równobocznego o boku długości 6 m?
4. **Kryteria sukcesu**
   - Określenie miejsca zamontowania zraszacza.
   - Określenie promienia zraszacza i wyliczenie jego długości oraz wyjaśnienie, że jest on optymalny.
5. **wiedza i umiejętności „przed"** – wyznaczenie promienia okręgu opisanego na trójkącie równobocznym.
6. **sposób podsumowania pracy uczniów** – rozmowa na temat miejsca umieszczenia zraszacza, wybór opcji uwzględniającej oszczędność wody (opisanie okręgu na trójkącie); rozmowa na temat czy dla dowolnego skweru w kształcie trójkąta można umieścić zraszacz używając tej samej zasady; warto również pokazać przykład czworokąta, dla którego nie można umieścić tak zraszacza.
7. **zalecany sposób pracy nad zadaniem** – praca w parach
8. **czas na realizacją zadania** – 5-7 min

SZKOŁA UCZĄCA SIĘ

Joanna Sułek, Szkoła Podstawowa nr 3 im. Jana Pawła II w Mińsku Mazowieckim

Pola powierzchni i objętości brył w zadaniach tekstowych.

1. **cele lekcji:** stosujemy wiedzę o bryłach w zadaniach praktycznych
2. **wyjaśnienie:** uczniowie mają wyliczyć koszty wykończenia tarasu w oparciu o dane i instrukcję producenta materiałów
3. **polecenie do zadania**
   Wersja 1.
   Pan Malinowski musi wykończyć taras o wymiarach 3m na 6m. Ponieważ płyta tarasowa jest pozioma, przed wykonaniem kolejnych prac pan Malinowski musi wykonać podkład spadkowy ze spadkiem 2% (2cm spadku na 1 metrze długości) wzdłuż krótszego boku tarasu. Do wykonania podkładu spadkowego sąsiad polecił Panu Malinowskiemu podkład cementowy Postar 20 firmy Atlas. Przed przystąpieniem do prac pan Malinowski musi oszacować koszty materiału potrzebnego do ich wykonania. Oblicz ile pieniędzy na zakup Postara 20 musi przygotować pan Malinowski, wiedząc że jest on sprzedawany w workach 25 kg po 22zł za worek.
   Podstawowe dane techniczne Postara 20 znajdziesz na stronie www.atlas.com.pl

   www.atlas.2dkod.pl/345
4. **wiedza i umiejętności „przed”:** uczeń potrafi obliczać objętości graniastosłupów
5. **zalecany sposób pracy nad zadaniem:** praca w grupach
6. **sposób podsumowania pracy uczniów:** przedstawienie różnych wariantów rozwiązania, ewentualnie omówienie też wersji podanej przeze mnie
7. **Podsumowanie zadania:** dyskusja, który sposób zadania jest najszybszy lub najłatwiejszy według uczniów
8. **Czas przeznaczony na zadanie:** 10 minut (z omówieniem)
9. **Sposób wykorzystania zadania na dobry początek:** pokazanie konieczności wykonywania tego typu obliczeń w życiu codziennym.

Joanna Walczak, Zespół Szkół Ogólnokształcąco – Technicznych w Lublińcu

Suma początkowych wyrazów ciągu geometrycznego

1. **cel lekcji:** nauczycie się w szybki sposób obliczać sumy liczb, które tworzą ciąg geometryczny.
2. **wyjaśnienie**: zadanie jest spójne z celem lekcji - jest dobrym wprowadzeniem w zagadnienie. Odpowiedzi na pierwsze pytanie uczeń może szukać licząc i sumując oszczędności z kolejnych dni. Do odpowiedzi na drugie pytane musi wykorzystać wzór na sumę początkowych wyrazów ciągu geometrycznego
3. **polecenie do zadania**
   W sylwestra podjęłam postanowienie na Nowy Rok – będę oszczędzać. Pierwszego dnia odłożę 50 groszy i codziennie będę podwajała odkładane kwoty.
   - Po ilu dniach uzbieram 500 zł. ?
   - Kiedy stanę się milionerem?
4. **wiedza i umiejętności „przed"**
   Uczniowie potrafią mnożyć oraz dodawać; wiedzą co to jest ciąg geometryczny, jak się tworzy jego wyrazy.
5. **sposób podsumowania pracy uczniów**
   Przed zebraniem uzasadnienia można zrobić głosowanie wśród uczniów, a następnie zapytać np. wylosowane osoby o uzasadnienie.
   Przy drugim pytaniu można zachęcić uczniów do szacowania wyniku a po wprowadzeniu wzoru na sumę początkowych wyrazów ciągu geometrycznego zweryfikować szacowania.
6. **zalecany sposób pracy nad zadaniem** – praca w parach, następnie wybrane osoby prezentują odpowiedzi z uzasadnieniem.
7. **czas** przeznaczony na zadanie – ok. 5-7min

Rozwiązanie:

Po 10 dniach uzbieram 500 zł.

Po 10 dniach, co można wyliczyć sumując kolejne dzienne oszczędności:
0,5+1+2+4+8+16+32+64+128+256=511,50

Odpowiedź na drugie **(po 21 dniach zostanę milionerem)** pytanie można uzasadnić wzorem:

0,5x(1-2 097 152):(-1) = 1 048 575,5 , gdzie liczba 2 097 152 jest 21 potęgą cyfry 2.

Joanna Walczak, Zespół Szkół Ogólnokształcąco – Technicznych w Lublińcu

Wyrażenia wymierne. Proporcjonalność odwrotna.

1. **cele lekcji**
   Poznam zastosowanie proporcjonalności odwrotnej w sytuacjach praktycznych.
2. **wyjaśnienie**
   Zadanie to można rozwiązać na kilka sposobów. W jednym z nich można zastosować proporcjonalność odwrotną. W innym - tak zwaną „wydajność". Jest proste, nie wymaga umiejętności działań na wyrażeniach wymiernych pokazując jednocześnie praktyczny aspekt proporcjonalności odwrotnej. Jeżeli uczniowie rozwiążą innym sposobem to warto skierować ich uwagę również na proporcjonalność odwrotną. Wszystkie zadania z treścią są dla uczniów trudne, dlatego im więcej rozwiązań tym lepiej. W przypadku jeśli uczniowie wygenerują tylko jeden sposób rozwiązania proponuję naprowadzić ich na inne sposoby.
3. **polecenie do zadania**
   Traktory pracują w takim samym tempie. Na polu pracowało jednocześnie 5 traktorów, które zaorały połowę pola w czasie 6 godzin. Na drugi dzień pozostałą część pola będą jednocześnie orały 3 z nich. Ile czasu zajmie im ta praca?
4. **wiedza i umiejętności „przed"**
   Uczniowie powinni umieć wykonywać proste działania na ułamkach (dzielenie i mnożenie).
5. **sposób podsumowania pracy uczniów**
   Chętni uczniowie prezentują swoje rozwiązania uzasadniając je.
   Dobrze byłoby, aby uczniowie pokazali różne sposoby, którymi rozwiązali to zadanie.
6. **zalecany sposób pracy nad zadaniem**

Praca w parach

7. **czas**
   praca w parach – 4-5 minut
   prezentacja rozwiązań – po 2 minuty na różne sposoby.

Wojciech Andruszkiewicz, Zespół Szkół Elektronicznych i Telekomunikacyjnych

Nierówność wykładnicza

1. **Cele do lekcji** - potrafię zastosować wiedzę matematyczną do rozwiązywania zadań praktycznych . (dział do wyboru: procenty, potęgi, ciąg geometryczny, funkcja wykładnicza)
2. **Wyjaśnienie** – uczeń potrafi zastosować swoją wiedzę i umiejętności (np. ułożyć wymaganą nierówność wykładniczą, obliczyć procent danej wielkości, obliczyć dowolny wyraz ciągu geometrycznego i jego sumę, obliczyć potęgę o wykładniku naturalnym).
3. **Polecenie do zadania**: Średni roczny przyrost zużycia prądu przez członków rodziny pewnego domu wynosi 2%. W ostatnim roku mieszkańcy zużyli 2300 KWh prądu. Za ile lat zużycie prądu przekroczy 2800 KWh?
   (Nie chciałem rozbudowywać treści zadania, ale w razie pytań uczniów przyrost 2% można uzasadniać w następujący sposób: na skutek wymiany urządzeń mechanicznych na elektryczne – np. kuchenka gazowa na indukcyjną, piekarnik gazowy na elektryczny, czajnik zwykły na elektryczny, wymiana urządzeń ogrodowych spalinowych na elektryczne typu kosiarka, podkaszarka, dmuchawa do liści, itp., przyrost liczby urządzeń TIK w domu – każdy chce laptopa, smartfona, tableta itp., coraz więcej urządzeń potrzebuje ładowarek , stacji dokujących – szczoteczka do zębów, elektronarzędzia, odkurzacz samosprzątający, smartwach itp._)
4. **Wiedza i umiejętności „przed”** – zna i stosuje pojęcie procenta, potęgi o wykładniku naturalnym.
5. **Sposób podsumowania pracy ucznia –** uczniowie przedstawiają swoje sposoby rozwiązania zadania. W ostatecznym wyniku dochodzą do rozwiązania zadania wybraną metodą.
6. **Zalecany sposób pracy nad zadaniem** – praca indywidualna lub w parach.
7. **Czas przeznaczony na wykonanie zadania** – 10 minut.

   Przykładowe rozwiązanie:

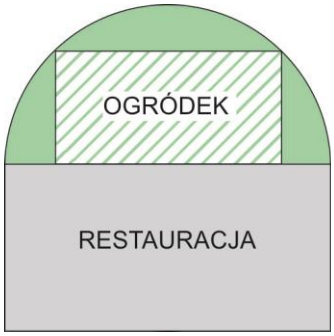
   (2300x1,02)x1,02)x1,02)x…>2800
   2300x$1,02^n$>2800 /:2300
   $1,02^n > \frac{28}{23} \approx 1,22$
   n≥10
   odp. Po 10 latach

Wojciech Andruszkiewicz, Zespół Szkół Elektronicznych i Telekomunikacyjnych

Ekstrema funkcji

1. **Cele do lekcji** – stosuje ekstrema funkcji w praktyce.
2. **Wyjaśnienie** – uczeń potrafi ułożyć funkcję do treści zadania i określić jej ekstremum. Zadanie to otwiera lekcję powtórzeniową z rachunku różniczkowego.
3. **Polecenie do zadania** – Właściciel restauracji posiada przyległy do budynku teren w kształcie półkola o średnicy 50m. będącej długością budynku. Jak powinien zaplanować ogródek konsumpcyjny w kształcie prostokąta, aby móc umieścić w nim jak najwięcej klientów?

   (patrz rysunek)



4. **Wiedza i umiejętności „przed"** – zna pojęcie pola, potrafi określić dziedzinę funkcji, jej pochodną i wyznaczyć ekstrema.
5. **Kryteria sukcesu –** układa funkcję jednej zmiennej, oblicza jej pochodną, wyznacza jej ekstrema.
6. **Sposób podsumowania pracy ucznia** – rozmowa na temat wykorzystania tego typu zadań w życiu codziennym (wszelka optymalizacja – uczniowie wyszukują przykłady).
7. **Zalecany sposób pracy nad zadaniem** – praca indywidualna lub w parach.
8. **Czas przeznaczony na wykonanie zadania** – 15 minut.